

# 大規模ネットワークシステムの熱力学的解釈

小南 大智<sup>†</sup> 村田 正幸<sup>††</sup> 四方 哲也<sup>††</sup>

<sup>†</sup> 大阪大学 大学院経済学研究科 〒 560-0043 豊中市待兼山町 1-7

<sup>††</sup> 大阪大学 大学院情報科学研究科 〒 565-0871 吹田市山田丘 1-5

E-mail: <sup>†</sup>d-kominami@econ.osaka-u.ac.jp, <sup>††</sup>{murata,yomo}@ist.osaka-u.ac.jp

あらまし 大規模システムである自然システムや生物システムの振る舞いを説明する枠組みの一つとして熱力学が知られている。これらのシステムは外界とエネルギーの交換を行う開放系に属しており、また構成要素の摂動に起因するゆらぎを内在している。人工の大規模システムであるインターネットなどのネットワークシステムも、環境変動とシステムの振る舞いが相互に影響を及ぼす開放系とみなすことが可能であり、また遅延時間のようにその性能にゆらぎを持つことが知られている。本稿ではこの類似性に着目し、ネットワークシステムを熱力学的に捉えることで、ネットワークシステムの状態を表す熱力学的状態量を定義する。定義した状態量の理論解析を行い、ネットワークシステムを熱力学的に解釈し、ネットワークシステムの振る舞いを熱力学の観点から説明する。

キーワード 自己組織化、エントロピー、熱力学、統計力学

## Thermodynamics of Information Networks

Daichi KOMINAMI<sup>†</sup>, Masayuki MURATA<sup>††</sup>, and Tetsuya YOMO<sup>††</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Economics, Osaka University

<sup>††</sup> Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University

E-mail: <sup>†</sup>d-kominami@econ.osaka-u.ac.jp, <sup>††</sup>{murata,yomo}@ist.osaka-u.ac.jp

**Abstract** Thermodynamics is known as one of the framework for describing the behavior of large-scale systems such as natural systems and biological systems. These systems are open systems which exchange matter and energy with their surroundings, and they inherently fluctuate due to their perturbed elements. Large-scale network systems such as the Internet are also regarded as an open system in which environmental changes and system behavior affect each other. It is also known to have a fluctuation in the performance of network systems such as delay time. We focused on this analogy and give a thermodynamic interpretation of the network system. We describe the behavior of the network system in terms of thermodynamics.

**Key words** Self-organization, entropy, thermodynamics, statistical mechanics

### 1. はじめに

インターネットに代表されるネットワークシステムの多くは、我々の生活や社会を支える技術として今後ますます重要性が高まることとなる。これまで以上に多種多様な要求に対応するために、ネットワークシステムは大規模化・複雑化が進むことが予想される。大規模化、すなわちネットワークシステムを構成するノードおよびリンクの数が増加するにつれ、システムを記述するために必要な変数の数も増加し、この変数によって表現される、システムがとり得る状態の数は指数関数的に増加する。

従来、規模の小さいネットワークシステムにおいては、性能の最適化を目的とした集中型の制御を行うことが可能であった。これは、トラフィック需要の変化やノード故障など、ネッ

トワークシステムにおいて発生する環境変動の時間粒度に対して、ネットワークシステム内のノードやリンクについての情報（トポロジーなどの構造的情報やノード・リンクの負荷情報など。以降ではこれらの情報を環境情報と記載する）を観測し、システムの最適状態（性能を最適化するシステムの状態）を求める時間を十分に短くすることが可能であるためである。しかし、システムが大規模化するとともにこの前提は失われる。システムの最適状態を求めるための計算時間は環境変動の時間粒度に近づき、最適状態に至ったときにはすでに環境変動が無視できないほどに生じてしまい、得られた最適性が意味をなさなくなる可能性が十分にある。また、最適状態に至るために必要な環境情報の観測・収集コストが大きくなりすぎるという問題が生じる。さらに、観測した情報を統計的に精密にするために

は、観測期間を大きくせざるを得なくなり、ここでも時間粒度の接近の問題が生じる。

システムの大規模化によって、上述のような集中型最適化制御で、明示的に、あるいは暗黙のうちに用いられていた前提が成立しなくなるのは、環境情報の観測範囲が広範化することで、最適状態の探索に必要な状態数が多くなることによる。そのため、システムを分割し、分割されたサブシステムごとに最適化を行うことでこの問題の解決を図るのが一般的である（分散型制御や自己組織型制御）。分散型制御の多くは、分割されたサブシステムの中でのみ最適性を得ようとするため、より小さいサブシステムに分割することによって、環境情報の観測に要する時間やコスト、最適化計算を行うために要する時間が抑えられる。しかしながら、個々のサブシステム内では最適状態に近づけることができるものの、システム全体は最適状態にはならなくなる可能性が生じる。また、この傾向は分割数を大きくするほど強くなる。なぜなら分散型制御では、集中型の最適化制御において問題となる広大な状態空間の探索を、システムの分割により解消できるものの、そもそも状態空間の中に探索できない部分空間が存在するようになるためである。サブシステムの状態とシステム全体の状態との間の関係は自明ではなく、本稿ではこの関係を熱・統計力学の知見を用いて明らかにする。

自然界に存在する大規模システムの振る舞いを説明する枠組みの一つとして熱力学がある。自然界や生物界における多くのシステムは、外界とエネルギーの交換を行う開放システムに属しており、その定常状態の性質は熱力学の基本法則によって説明することが可能である。また、これらのシステムは構成要素の摂動に起因するゆらぎを内在していることが知られている。一方で人工の大規模システムであるインターネットも、周囲の環境の変動とシステムの振る舞いが相互に影響を及ぼしあう開放システムとみなせ、また、遅延ジッタのように性能にゆらぎを持つことが知られている [1]。我々はこの類似性に着目し、ネットワークシステムを熱力学的に解釈し、ネットワークシステムの振る舞いを熱力学の観点から説明する。

本稿では、統計力学の知見を用いてネットワークシステムにおける熱力学的状態量を定義し、その定義に基づいて、ネットワークシステムを熱力学の観点から解釈する。統計力学の対象とする問題として、システムのマクロな定常状態をサブシステムのミクロな振る舞いによって記述する点がある。その代表的な例として、気体の熱力学的状態量と分子の挙動が従う物理法則との関係を明らかにしたことがあげられる。以降では、解析的な振る舞いを記述できる程度にネットワークシステムを小さく分割したサブシステムをネットワークシステムの構成単位とし、この構成単位をミクロシステムと定義する。また、多数のミクロシステムによって構成されるシステム全体をマクロシステムと定義する。統計力学の知見を用いることで、マクロシステムに見られる性質をミクロシステムの振る舞いから記述することができる。

本稿におけるネットワークシステムの熱力学的状態量の導出においては、ネットワークシステムが大規模であることを前提とする。そのためネットワーク規模がより大きくなった際にも

この導出は成立するものである。一方で、ネットワークシステムが小規模になるほど導出した熱力学的状態量が正確にならない可能性が増えるが、そのような状況では集中型最適化制御などの既存の研究結果が有効であり、本稿の対象とするところではない。

本稿の構成を以下に示す。2. において、ネットワークシステムの状態を表現する熱力学的状態量として、内部エネルギー、エントロピー、温度、自由エネルギーを順に定義し、これらがマクロシステムから取得可能な情報を用いて導出可能であることを示す。3. では、具体的なマクロシステム、ミクロシステムを定義し、ミクロシステムの振る舞いを解析的に記述する。そして、ミクロシステムにおける理論解析結果を用いてマクロシステムの熱力学的状態量を記述する。4. において、マクロシステムから取得可能な情報を用いて導かれる温度と理論解析結果から導かれる温度が一致することを示す。5. に本稿のまとめと今後の展開を述べる。

## 2. 熱力学的状態量

本章ではネットワークシステムの熱力学的状態量として、内部エネルギー、エントロピー、温度、自由エネルギーを順に定義する。

### 2.1 熱・統計力学における熱力学的状態量

熱力学では、内部エネルギーはシステムの内部状態によって定まるエネルギーであり、外界との仕事・熱の交換によって変化する。温度は様々な実験に基いて定められた値であり、絶対温度や摂氏温度などが知られている。また、エントロピーは断熱過程における状態の不可逆性を表現するための値であり、熱を温度で割った定義が知られている。特に、断熱過程におけるシステムの状態変化の前後においてエントロピーが増加することは熱力学第二法則として広く知られている。

熱力学ではシステムの自発的な状態遷移を、自由エネルギーを用いて説明している。すなわち、システムの内部エネルギー  $E$ 、温度  $T$ 、エントロピー  $S$  によって定義されるヘルムホルツの自由エネルギー  $F$ （式 (1)）が減少する方向にシステムの状態は自発変化する。式 (2) は等温過程における状態変化前後の自由エネルギーが満たす条件であり、熱平衡状態のときに等号が成立することが知られている（ $\Delta$  は状態変化の前後における差分を示す）。

$$F = E - TS \quad (1)$$

$$\Delta F = \Delta E - T\Delta S \leq 0 \quad (2)$$

熱力学はシステムのマクロな性質に着目しており、システムの個々の構成要素の振る舞いを考慮したものではない。ネットワークシステムにおいて、マクロシステムとミクロシステムとの関係を明らかにするためには、システム構成要素のミクロな振る舞いを考慮する必要がある。そこで 1. で述べたように、本稿では統計力学における熱力学的状態量の定義を用いる。

ミクロな視点から内部エネルギーを捉えると、内部エネルギーとはシステム内部の状態のみによって定まるエネルギーであり、システム内部の粒子がもつ運動エネルギーやポテンシャルエネルギーの総和で与えられる。この内部エネルギーを  $E$  と

する。システムがある内部エネルギー  $E$  を持つときのエントロピー  $S$  は統計力学において式 (3) で定義されている。

$$S = k_B \ln \Omega(E) \quad (3)$$

ここで  $\Omega(E)$  は、エネルギー  $E$  を持つシステムを実現し得るミクロな状態の総数 (状態数) である。また、 $k_B$  はボルツマン定数である。ボルツマン定数により、熱力学におけるエントロピーと、統計力学におけるエントロピーが結びつく。最後に統計力学において、温度はエントロピーによるエネルギーの微分と定義されている。この定義により、統計力学での温度は絶対温度と対応づけられる。

$$T = \frac{\partial E}{\partial S} \quad (4)$$

## 2.2 ネットワークシステムの熱力学的状態量

### a) 内部エネルギーとエントロピー

ネットワークシステムにおける熱力学的状態量を定義するためには、ネットワークシステムの状態に応じて定まる値を内部エネルギーとする必要がある。本稿ではネットワークシステムにおける性能を内部エネルギーとし、以降では  $E_{ns}$  と表すこととする。ネットワークシステムにおける状態量として  $E_{ns}$  を定義したことで、ネットワークシステムにおけるエントロピー  $S_{ns}$  が式 (3) を用いることで、式 (5) のように定義できる。

$$S_{ns} = k_B \ln \Omega(E_{ns}) \quad (5)$$

### b) 温度

温度を導出するためには具体的な  $\Omega(E_{ns})$  が必要である。正確な  $\Omega(E_{ns})$  を得るためには、システムの取りうる全ての状態と、それぞれの状態に応じて定まる性能が既知である必要がある。しかしながら、1. で述べたように、システムの規模が大きくなるほどこれは困難となる。そこで本稿では、総状態数を定数  $\mathcal{W}$  と表し、 $\frac{\Omega}{\mathcal{W}}$  が正規分布に近似的に従うことを仮定する。

マクロシステムは複数のミクロシステムの組み合わせにより構成される。ここで、マクロシステムは  $M$  個のミクロシステムの組み合わせによって構成され、 $M$  はネットワークが大規模になるほど大きな値を取ることとする。このとき、マクロシステムの性能は  $M$  個のミクロシステムの性能の線形和で与えられることとする。ミクロシステムの性能が  $m$  個の分布のいずれかに従う場合、 $M$  が  $m$  に比べて十分大きいときには、中心極限定理によってマクロシステムの性能分布は正規分布に近似できる。これは、ネットワークシステムが大規模化するほどに、満たされる可能性が大きくなる。 $\frac{\Omega}{\mathcal{W}}$  が平均  $\mu$ 、分散  $\sigma^2$  の正規分布に近似的に従うとき、この正規分布を  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  とすると、式 (4) より、温度は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} T_{ns} &= \frac{1}{k_B} \left( \frac{\partial \ln \mathcal{W} \Omega(E_{ns})}{\partial E_{ns}} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{k_B} \left( \frac{\partial \left( \ln \left( \frac{\mathcal{W}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right) - \frac{(E_{ns} - \mu)^2}{2\sigma^2} \right)}{\partial E_{ns}} \right)^{-1} \\ &= -\frac{\sigma^2}{k_B(E_{ns} - \mu)} \end{aligned} \quad (6)$$

以上から、内部エネルギーが  $E_{ns}$  であるネットワークシステムの温度は、ネットワークシステムにおける全ての状態についての性能の平均および分散が与えられたときに導出することができる。しかしながら、大規模なシステムにおいてその性能の真の平均と分散を導出することは困難である。そこで、ネットワークシステムにおける温度を導出する際には、十分大きい数の状態をランダムに選出し、その性能の集合を母集団とみなして平均と分散を算出する方法が現実的である。式 (6) から分かるように、温度が一定のシステムでは内部エネルギーは一定、すなわち性能は一定値 (定常性能) を示す。

### c) 自由エネルギー

定温状況下において一時的に性能が定常性能と異なる性能を示した場合には、システムの性能は時間経過とともに定常性能へと近づく。このことは熱力学で示されているように、システムが自由エネルギーの減少する方向に自発変化することから説明できる。2. で述べたように、自由エネルギーはシステムの自発的变化の方向を表す状態量であり、一般に自由エネルギーが減少する方向にシステムは自発変化する。ネットワークシステムにおける自由エネルギー  $F_{ns}$  をヘルムホルツの定義に従い、以下のように定める。

$$F_{ns} = E_{ns} - T_{ns} S_{ns} \quad (7)$$

ネットワークシステムの温度は式 (6) のように表すことができた。ここで、定常状態における温度を  $T_{ns}^*$ 、その際の性能を  $E_{ns}^*$  とする。ある瞬間における性能が  $E_c$  である場合、ネットワークシステムの自由エネルギーは式 (8) となる。

$$F_{ns} = \frac{(E_c - E_{ns}^*)^2}{2(\mu - E_{ns}^*)} - \frac{\sigma^2(2 \ln(\mathcal{W}) - \ln(2\pi\sigma^2))}{2(\mu - E_{ns}^*)} - \frac{E_{ns}^{*2} - \mu^2}{2(\mu - E_{ns}^*)} \quad (8)$$

右辺第二項、第三項は定数であるため、 $F_{ns}$  が減少する方向へのシステムの変化は、システムの性能  $E_c$  が定常状態における性能  $E_{ns}^*$  へ近づくことに等しい。

## 3. システムモデル

### 3.1 マクロシステム

2. で述べた熱力学的状態量を、具体的なネットワークシステムを対象として導出する。具体的なマクロシステムとして、マルチホップネットワークにおけるエンド間通信システムを想定し、マクロシステムにおける性能を片道遅延時間とする。送信元ノードから宛先ノードまでの通信を中継するノードは事前に定まっていることとし、各中継における送信ノードと受信ノード間の通信がミクロシステムに相当する。次節において、具体的なミクロシステムとその振る舞いを定義し、ミクロシステムにおける片道遅延時間を理論解析によって導出する。ミクロシステムの理論解析結果を用いて、マクロシステムの熱力学的状態量を記述する。

### 3.2 ミクロシステム

ミクロシステムとして、送信ノードが受信ノードに対して通信を行う、二ノード間の通信を想定する。このミクロシステム

の通信において、環境の変動モデルとノードの環境観測モデルを定義し、その際の片道遅延時間を理論解析によって導出する。以降では、マイクロシステムでの通信における性能モデル、環境変動モデル、観測モデルを順に説明する。

### 3.2.1 性能モデル

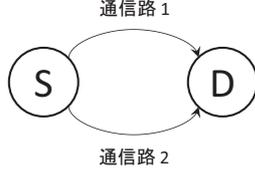


図 1 ニノード間の通信路モデル

本稿では、二つのノードが通信を行っており、送信ノードから受信ノードへの通信路が二種類存在するような通信を想定する。これらの通信路は、互いに異なる送信パラメータを要する、互いに異なる利用可能帯域を持つ、などの理由から、それぞれを利用する際に示す性能は、互いに異なる分布を持つことと仮定する。この際、通信路の状態に応じて、いずれか一方の通信路を利用した際の相対的な性能の良し悪しを‘良い(G)’あるいは‘悪い(B)’と区別する(図1)。ただし互いの性能が等しい際には、ランダムにいずれか一方をGとし、他方をBと区別する。それぞれの通信路を利用する際の性能は、環境変動モデルに従って変化する。

### 3.2.2 環境変動モデル

以降の理論解析においては、それぞれの通信路を利用する際の利用可能帯域は、以下の環境変動モデルに従って変化する。

(1) それぞれの通信路の利用可能帯域は、互いに独立であり、同一の離散一様分布に従う。

(2) それぞれの通信路の利用可能帯域は、一定頻度  $f_e$  で変化する。また、変化前の利用可能帯域に依存せず、変化後の利用可能帯域は前述の離散一様分布に従う。

このように定義した環境変動モデルでは、利用している通信路の性能は一定の頻度  $f_e$  で G と B が入れ替わる可能性がある。それぞれの通信路は互いに独立であるため、入れ替わりが生じる確率は  $\frac{1}{2}$  である。

### 3.2.3 観測モデル

ノード S はいずれかの通信路を用いてノード D にデータを送る。この際、より良い通信路を利用するために、一定頻度で通信路の観測を行い、その結果にもとづいて、利用する通信路を利用可能帯域の大きい方に変更する。この観測頻度を  $f_o$  とし、観測は両方の通信路に対して実行され、観測結果は真の利用可能帯域が正確に得られることとする。すなわち、一定の頻度  $f_o$  で行われる観測の直後においては、観測の直前に性能が B の通信路を利用している場合は、必ず性能が G の通信路に切り替える。観測の直前に性能が G の通信路を利用している場合は、同じ通信路の利用を継続する。

### 3.2.4 片道遅延時間の理論解析

単位時間あたりにノード S が性能が G の通信路を選択している時間割合を  $P_G$  とする。定常状態においては  $P_G$  は変化しないことから、以下の関係が得られる。

$$\frac{dP_G}{dt} = \frac{1}{2}(1 - P_G)f_e - \frac{1}{2}P_Gf_e + (1 - P_G)f_o = 0 \quad (9)$$

式 (9) から、 $P_G = \frac{f_e + 2f_o}{2(f_e + f_o)}$  が得られる。

マイクロモデルにおける平均片道遅延時間を導出するために、性能が G の通信路を用いて通信を行う際の平均遅延時間を  $E_G$ 、性能が B の通信路を用いて通信を行う際の平均遅延時間を  $E_B$  とする。マイクロシステムでの定常状態における平均遅延時間  $E^*$  は以下の式 (10) で与えられる。

$$\begin{aligned} E^* &= E_G P_G + E_B (1 - P_G) \\ &= \frac{E_G + E_B}{2} + \frac{E_G - E_B}{2} \frac{f_o}{f_e + f_o} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで右辺第一項は、観測を行わない場合、あるいは環境変動が非常に激しい場合の性能を表しており、 $E_{avg}$  と定義する。 $E_{avg}$  は性能が G の通信路と B の通信路を使用している時間割合が等しい場合の性能であり、この場合の性能の分散 ( $E_{var}$ ) は  $\frac{(E_G - E_B)^2}{4}$  で表される。また、右辺第二項は観測あるいは環境変動による性能の変化を表している。

### 3.3 熱力学的状態量の導出

2. において、ネットワークシステムの性能および性能の平均と分散が与えられれば熱力学的状態量を導出できることを示した。ここでは、マクロシステムに現れる性能の分布平均  $\mu$  と分散  $\sigma^2$ 、定常状態における平均性能  $E_{ns}^*$  を、マイクロシステムの理論解析から得た結果を用いて導くことで温度の導出を行う。マクロシステムにおける、ある経路の片道遅延時間は、経路を構成するマイクロシステムの片道遅延時間の和によって導出できる。以下では  $n$  個のマイクロシステムを連結した経路を想定する。同一の分布に従う  $n$  個の確率変数の和の平均と分散は、それぞれ元の分布の平均の  $n$  倍、元の分布の分散の  $n$  倍となる。このことから以下の関係が得られる。

$$\begin{aligned} E_{ns}^* &= nE^* = n \left( \frac{E_G + E_B}{2} + \frac{E_G - E_B}{2} \frac{f_o}{f_e + f_o} \right) \\ \mu &= nE_{avg} = n \frac{E_G + E_B}{2} \\ \sigma^2 &= nE_{var} = n \frac{(E_G - E_B)^2}{4} \end{aligned}$$

ここで、 $E_{ns}^*$  はマクロシステムにおける定常状態での性能を表す。これらを用いることで、ネットワークシステムの熱力学的状態量である温度の厳密な理論解析結果が得られる。

$$T_{ns}^* = - \frac{E_G - E_B}{2k_B} \cdot \frac{f_e + f_o}{f_o} \quad (11)$$

式 (11) は定常状態における温度であり、本稿におけるネットワークシステムの温度は環境変動と観測のバランスから定まることが分かる。2. で述べたように、性能の分布の平均と分散を調べることでネットワークシステムの温度を導出することが可能である。次章ではこのようにして導出した温度と理論解析によって導出した温度が一致することを示す。

## 4. ネットワークシステムの熱力学的解釈

これまでの章において、ネットワークシステムの熱力学的状態量として、内部エネルギー、エントロピー、温度、自由エネ

ルギーをそれぞれ定義した。また、マイクロシステムにおける理論解析結果を用いることで、それぞれの熱力学的状態量を記述できることを示した。ネットワークシステムの性能をネットワークシステムの内部エネルギーと定義したとき、ある内部エネルギーに対応するエントロピーの値の低さは、その内部エネルギーの出現確率の低さ、すなわち性能の珍しさを表している。ネットワークシステムの温度は、観測頻度が低いほど高くなり、環境変動が激しいほど高くなる。このことから、温度は環境がどの程度激しくゆらいているのか、あるいはシステムがどの程度環境の変動に対して適応できているのかを表す値である。ある一定の温度下においては、ネットワークシステムの性能は定常性能の近傍においてゆらぐことが、自由エネルギーを用いることで説明できる。以上のネットワークシステムの熱力学的解釈については、導出したネットワークシステムの熱力学的状態量が正しいことを前提としている。以降ではこれを検証する。

#### 4.1 熱力学的状態量の検証

熱力学的状態量の導出方法として、マクロシステムにおける性能の分布を推定して用いる方法と、マイクロシステムにおける理論解析結果を用いる方法をこれまでの章において説明した。この節では、まず前者の導出過程における性能の分布が正規分布に近似的に従う仮定が成り立つことを、シミュレーションによって示す。さらに、それぞれの方法で導出した温度が一致することを示し、理論解析結果の正当性を示す。

ネットワークシステムとして、ノードを 31 個直線上に連結したネットワークにおける通信を想定する。それぞれのノード間には通信路が二つずつあり、ノードのマイクロレベルでの振る舞いは 3. に述べたとおりである。各リンクにおける利用可能帯域は 1 ~ 10 [Mbps] (1 Mbps 刻み) の一様分布から選ばれることとする。ここで、データサイズを 1,000bit とし、遅延時間はデータサイズを利用可能帯域で割った値としている。このとき、マイクロシステムにおける  $E_G$  および  $E_B$  についてはそれぞれ 0.171 ms、0.415 ms となる。

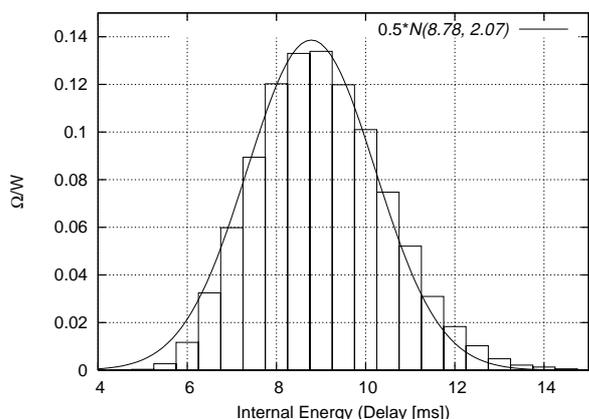


図 2 内部エネルギーの分布

ランダムに抽出した 100,000 本の経路の性能の分布を図 2 に示す。図は 0.5 ms 刻みでの分布を示しており、この分布における平均と分散はそれぞれ、8.78 ms、 $2.07 \text{ ms}^2$  となった。図中の  $\mathcal{N}(8.78, 2.07)$  は、この平均と分散を持つ正規分布を表す。

図より、 $\Omega/W$  は正規分布  $\mathcal{N}(8.78, 2.07)$  に近い形状であることが分かる。

表 1 には環境変動頻度を变化させた際の平均片道遅延時間 (定常状態における内部エネルギー) を示している。観測頻度は 100 に固定しており、環境変動頻度を变化させている。ここで、頻度はいずれも 100 s における平均回数としている。シミュレーションについては 10,000 回の試行の平均値を示している。この平均片道遅延時間、分布の平均および分散を用いることで、式 (6) の温度が得られる。また、観測頻度と環境変動頻度の値および  $E_G$  と  $E_B$  の値を用いることで、式 (11) の温度が得られる。

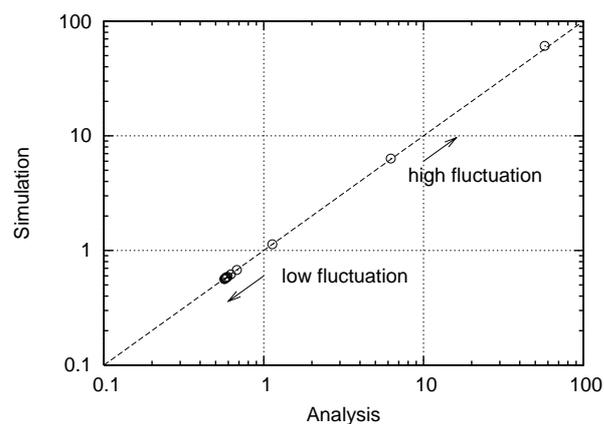


図 3 ミクロシステムとマクロシステムから導出した温度

図 3 に式 (6) から導出した温度 (縦軸; simulation) と式 (11) から導出した温度 (横軸; analysis) を示す。図 3 から分かるように、それぞれの温度がほぼ一致していることが分かる。以上の結果から、理論解析によって導出した熱力学的状態量である温度が正しくネットワークシステムの温度を表していることが示された。

#### 4.2 自由エネルギーの自発的減少

ここでは、2.2 で述べた自由エネルギーの過渡変化をシミュレーションによって示す。シミュレーションの設定は 4.1 と同様であり、環境変動頻度の設定のみ以下のように設定する。タイムステップ 0 から 100 までは  $f_e = 100$ 、タイムステップ 101 から 200 までは、 $f_e = 1$ 、タイムステップ 201 から 300 までは、 $f_e = 50$  とする (1 タイムステップは 1 s に相当する)。

図 4 はシミュレーション結果であり、一回のシミュレーションにおける自由エネルギーの推移を示している。シミュレーションの初期状態では全てのノードが、より利用可能帯域の大きい通信路を利用することとしている。そのため初期状態においては、エントロピーが非常に低い値を取り、結果的に自由エネルギーは高い値を取る。しかしながら、時間経過とともにすぐに減少していることが分かる。また、定常状態においては、環境変動によるゆらぎを伴うため、かならずしもその時点における最小値で安定していない。環境変動頻度が 1 となった直後は、自由エネルギーの値が大きく上昇している。この原因の一つは、温度が低下することでエントロピー項の影響が小さくなるためである。一方で内部エネルギー (性能) 自体は変化して

表 1 理論解析とシミュレーション結果 (片道遅延時間 [ms])

$f_o$	100									
$f_e$	0	1	10	100	500	1000	5000	10000	100000	
シミュレーション	8.780	8.778	8.738	8.594	7.975	6.066	5.867	5.404	4.803	
理論解析	8.787	8.785	8.767	8.593	7.972	6.072	5.878	5.393	4.794	

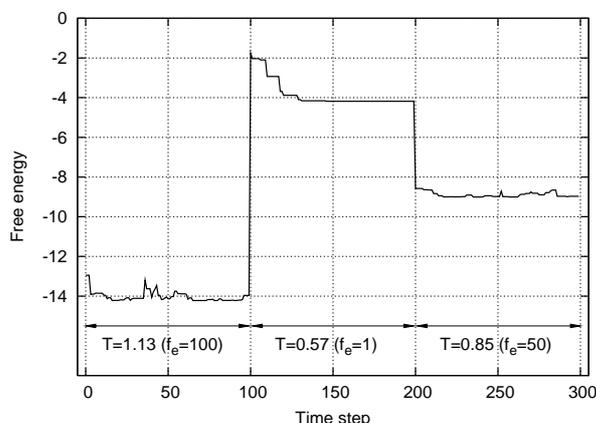


図 4 自由エネルギーの推移

いないため、 $f_e$  が変化する直前までの内部エネルギーの値の影響を受け、一時的に自由エネルギーが大きな値を示すこととなる。この場合も、自由エネルギーは時間経過とともに減少している。このとき、環境変動頻度はタイムステップが 0 から 100 までの場合と比較して小さいため、ゆらぎの影響も小さい。環境変動頻度が再び高くなった後も自由エネルギーはゆらぎを伴いながら定常値付近において安定している。

## 5. おわりに

本稿では、大規模なネットワークシステムの状態を熱力学的に解釈し、熱力学に従う形式で記述した。この際、システム全体の示す性能分布が正規分布に従うことを仮定しており、この仮定が成り立つ場合であれば、ネットワークシステムにおける内部エネルギー、エントロピー、温度、自由エネルギーは定義通りの振る舞いを示す。大規模化かつ複雑化が進むネットワークシステムにおいて、この仮定が成り立つ可能性は十分にあると考えている。本稿でのネットワークシステムにおける熱力学的状態量は、統計力学の知見を用いることで、熱力学に則ったものとなっている。そのため、熱力学で論じられているシステム応答や反応速度の議論を行うことが可能である。また、提案した解釈の応用として、本稿で定義したネットワークシステムにおける熱力学的状態量を用いたネットワークシステムの設計がある。

ネットワークシステムの設計への応用にあたって、我々は温度と自由エネルギーに着目している。既存研究ではエントロピーと自律分散制御あるいは自己組織型制御との関係を説明するものが多く [2]、システムがどの程度組織化されているのか、乱雑であるのかをエントロピーを指標として示している。エントロピーを指標とした制御手法および設計手法では、エントロピーが最大化する際にシステムとしての性能がより望ましいものとなるようにエントロピーを定義している [3–7]。文献 [8] で

は、外部からシステムに対して誘導 (guide) を行うことで創発をコントロールすることが mobile agent system (MAS) の自己組織化に重要であると述べている。誘導のためには、自己組織化において、ある環境下ではある状態に必ず落ち着くということは望ましくなく、動的な均衡状態を適切に保つことが重要であると述べている。また、文献 [9] では長期間の自由エネルギーの平均値が最小化することが、生物界においてしばしば見られることを指摘している。熱力学第二法則では、システムの状態は、その時点での自由エネルギーが最小化するように自発的に変化するが、上記の長期間の自由エネルギー最小化は熱力学第二法則に反した変化であると述べられている。自然界においては、環境変動の周期は短いものから非常に長いものまで多岐にわたり、様々な時間粒度の環境変動に対して、どの時間粒度における自由エネルギーをより小さくするのが重要な点であると考えられる。長期間の平均自由エネルギーの最小化を考慮したネットワークシステムの設計を今後の課題と考えている。

## 文 献

- [1] D. C. Verma, H. Zhang, and D. Ferrari, "Delay Jitter Control for Real-Time Communication in a Packet Switching Network," in *Proceedings of IEEE Conference on Communications Software, 'Communications for Distributed Applications and Systems'*, pp. 35–43, Apr. 1991.
- [2] R. Holzer and H. de Meer, "Methods for Approximations of Quantitative Measures in Self-Organizing Systems," in *Self-Organizing Systems*, vol. 6557, pp. 1–15, Springer, 2011.
- [3] J. M. Berg, D. Maithripala, Q. Hui, and W. M. Haddad, "Thermodynamics-based Control of Network Systems," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 135, no. 5, pp. 051003–1–051003–11, 2013.
- [4] Y. Yang and D. H. Burn, "An Entropy Approach to Data Collection Network Design," *Journal of hydrology*, vol. 157, no. 1, pp. 307–324, 1994.
- [5] A. Aleti and I. Moser, "Entropy-based Adaptive Range Parameter Control for Evolutionary Algorithms," in *Proceedings of the 15th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pp. 1501–1508, 2013.
- [6] P. Sharma, S. M. Salapaka, and C. L. Beck, "Entropy-based Framework for Dynamic Coverage and Clustering Problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 1, pp. 135–150, 2012.
- [7] D. Xu, M. Chiang, and J. Rexford, "Link-State Routing with Hop-by-Hop Forwarding Can Achieve Optimal Traffic Engineering," *IEEE/ACM Transactions on Networking (TON)*, vol. 19, no. 6, pp. 1717–1730, 2011.
- [8] G. D. M. Serugendo, M.-P. Irit, and A. Karageorgos, "Self-Organisation and Emergence in MAS: An Overview," *Informatica*, vol. 30, no. 1, 2006.
- [9] F. Karl, "A Free Energy Principle for Biological Systems," *Entropy*, vol. 14, no. 11, pp. 2100–2121, 2012.